Musterlösung zu Aufgabe 5.1

Wandschalung: Bemessung einer Holzträgerschalung mit Dreischichtenplatten als Schalhaut

Materialauswahl

Zur Verfügung stehendes Material:

- Schalhaut: Dreischichtenplatte 21 mm,
- Längsträger: Holzschalungsträger H 20, V_d = 16,5 kN, M_d = 7,5 kNm und $E \cdot I$ = 450 kNm²
- Gurtungen: 2 U 100 aus Stahl S 235 (St 37), E = 210.000 N/mm², $I_y = 2 \cdot 206$ cm⁴, $W_y = 2 \cdot 41{,}2$ cm³, $S_y = 2 \cdot 24{,}5$ cm³, $t = 2 \cdot 8{,}5$ mm, $E \cdot I_y$ = 865,2 kNm²
- Ankerung: Spannstab DYWIDAG ∅ 15 mm,

Belastung

Die Bemessung der Wandschalung ist mit dem maximalen Frischbetondruck $\sigma_{hk,max}$ durchzuführen:

$$\sigma_{hk,\max} = 51{,}0 \text{ kN/m}^2$$

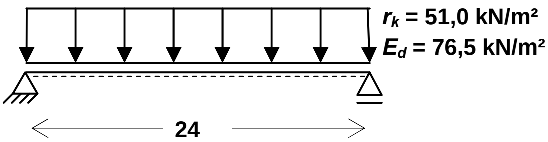
$$E_d = \sigma_{hk,\max} \cdot \gamma_F = r_k \cdot \gamma_F = 51{,}0 \text{ kN/m}^2 \cdot 1{,}5 = 76{,}5 \text{ kN/m}^2$$

mit dem Teilsicherheitsbeiwert γ_F = 1,5 für veränderliche Lasten nach DIN 1052 „Holzbauwerke".

a) Nachweis der Schalhaut

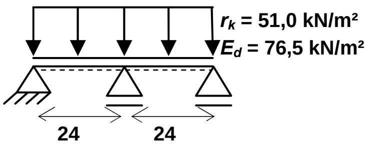
Statisches System: Einfeldträger

Der maximale Trägerabstand wird mit ℓ = 24 cm angenommen.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Prinzipiell wird der Bemessung das statische System des Einfeldträgers zugrunde gelegt, solange es auf der sicheren Seite liegt. Für die Schubbemessung ist jedoch der Zweifeldträger das ungünstigere statische System und wird hier immer dann zugrunde gelegt, wenn dieser Fall nicht ausgeschlossen werden kann.

Schubbemessung

Maximale Querkraft $V_{r,d}$ nach *Gleichung (2.18)*

$$V_{r,d} = 1{,}25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1{,}25 \cdot \frac{76{,}5 \text{ kN/m}^2 \cdot 0{,}24 \text{ m}}{2} = 11{,}48 \text{ kN/m}$$

Maximale Schubspannung τ_d mit *Gleichung (2.16)*

$$\tau_d = \frac{1{,}5 \cdot V_{r,d}}{A} = \frac{1{,}5 \cdot 11{,}48\ \text{kN/m}}{0{,}021\ \text{m} \cdot 1\ \text{m/m}} = 819{,}6\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{819{,}6\ \text{kN/m}^2}{592{,}3\ \text{kN/m}^2} = 1{,}38 > 1{,}0 \ \text{nach } \textit{Gleichung (2.15)} \qquad \text{(Nachweis nicht erfüllt)}$$

Da die Schubspannungen zu groß sind, muss ein genauerer Nachweis geführt werden. Die Querkraft nimmt ab der Auflagerkante nicht mehr zu, sondern wird zur Auflagermitte hin kleiner (*Bild 1*). Deshalb kann hier mit der lichten Weite zwischen den senkrechten Trägern als Spannweite gerechnet werden. Da die Spannweite ℓ in *Gleichung (2.18)* linear eingeht, kann die Schubspannung im Verhältnis des lichten Abstands ℓ' zum Achsmaß der Holzschalungsträger proportional abgemindert werden. Der lichte Abstand ℓ' der senkrechten Kantholzträger berechnet sich dafür zu:

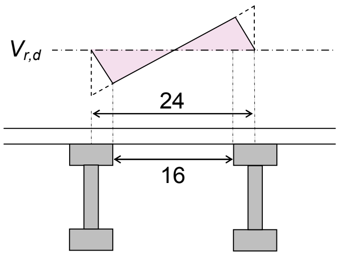


Bild 1 Querkraftverlauf

$$\ell' = 24\ \text{cm} - 8\ \text{cm} = 16\ \text{cm}$$

$$\tau_d' = 819{,}6\ \text{kN/m}^2 \cdot \frac{16\ \text{cm}}{24\ \text{cm}} = 546{,}4\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{\tau_d'}{f_{v,d}} = \frac{546{,}4\ \text{kN/m}^2}{592{,}3\ \text{kN/m}^2} = 0{,}92 < 1{,}0 \qquad \text{(Nachweis erfüllt)}$$

Bemessungswert der Schubspannung für Dreischichtenplatten (Fichte)

$$f_{v,d} = f_{v,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M}$$

$$f_{v,d} = 1.100\ \text{kN/m}^2 \cdot \frac{0{,}7}{1{,}3}$$

$$f_{v,d} = 592{,}3\ \text{kN/m}^2$$

mit $f_{v,k}$ = 1.100 kN/m² nach DIN 1052 für Sperrholz der Biegefestigkeitsklasse F25/10 parallel zur Faserrichtung der Deckfurniere. Herstellerangaben über die Schubfestigkeit von Dreischichtenplatten liegen nicht vor.

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{76{,}5\ \text{kN/m}^2 \cdot 0{,}24^2\ \text{m}^2}{8} = 0{,}55\ \text{kNm/m}$$

Vorhandene Spannung $\sigma_{m,d}$ nach *Gleichung (2.13)*

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_{r,d}}{W_n} = \frac{0{,}55\ \text{kNm/m} \cdot 6}{0{,}021^2\ \text{m}^2 \cdot 1\ \text{m/m}} = 7.483{,}0\ \text{kN/m}^2$$

Für eine Dreischichtenplatte 3-S-Platte (Fichte) mit der Nenndicke von 21 mm nach *Tabelle 2.7* gilt zul $\sigma_{15\%}$ = 5,9 N/mm² = 5.900 kN/m². Der Bemessungswert ergibt sich dann aus den *Gleichungen (2.30) und (2.32)* zu:

$$f_{m,d} = 0{,}875 \cdot \text{zul}\ \sigma_{15\%} \cdot \gamma_F$$

$$f_{m,d} = 0{,}875 \cdot 5.900 \text{ kN/m}^2 \cdot 1{,}5 = 7.743{,}8 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_m \cdot f_{m,d}} = \frac{7.483{,}0 \text{ kN/m}^2}{1{,}0 \cdot 7.743{,}8 \text{ kN/m}^2} = 0{,}97 < 1{,}0 \text{ nach } \textit{Gleichung (2.12)}:$$

mit k_m = 1,0.

Kippbeiwert k_m

Für den Kippbeiwert gilt k_m = 1,0, wenn die Ersatzstablänge $\ell_{ef} < 140 \cdot b^2/h$ ist. Auf eine Ermittlung der Ersatzstablänge ℓ_{ef} nach DIN 1052 wird verzichtet. Sie wird näherungsweise zu $\ell_{ef} \approx \ell$ angenommen. Entsprechend ihrer Größenordnung erfüllt sie bei Schalungskonstruktionen in der Regel die obige Bedingung. Für eine Schaltafel der Breite b = 100 cm mit der Spannweite ℓ =24 cm gilt: $\ell_{ef} < 140 \cdot 1{,}0^2/0{,}021 = 6.666{,}67$ m; $\ell_{ef} \approx \ell = 0{,}24 \text{ m} < 6.666{,}67$ m.

Berechnung der Durchbiegung

Nach *Gleichung (2.17)* wird die Durchbiegung w mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet:

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Für eine Dreischichtenplatte 3-S-Platte (Fichte) mit der Nenndicke von 21 mm nach *Tabelle 2.7* gilt E_{mean} = 8.000 N/mm² = $0{,}8 \cdot 10^7$ kN/m². Für eine Holzfeuchtigkeit von 20 % ergibt sich der Bemessungswert dann aus *Gleichung (2.33)* zu:

$$E_{20\%} = 0{,}9167 \cdot E_{mean}$$

$$E_{20\%} = 0{,}9167 \cdot 0{,}8 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 = 0{,}733 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$w = \frac{5 \cdot 51{,}0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0{,}24^4 \text{ m}^4 \cdot 12}{384 \cdot 0{,}733 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 \cdot 0{,}021^3 \text{ m}^3 \cdot 1 \text{ m/m}}$$

$$w = 0{,}0004 \text{ m} = 0{,}4 \text{ mm}$$

Die Ebenheitstoleranzen nach DIN 18202 werden für die Gesamtkonstruktion nachgewiesen.

Dreischichtenplatte (Fichte)

E-Modul längs (parallel zur Faser) Holzfeuchte 15 %: $E_{mean} = 0{,}800 \cdot 10^7$ kN/m².

Holzfeuche 20 % $E_{mean} = 0{,}733 \cdot 10^7$ kN/m².

E-Modul quer (senkrecht zur Faser) Holzfeuchte 15 %: $E_{mean} = 0{,}107 \cdot 10^7$ kN/m².

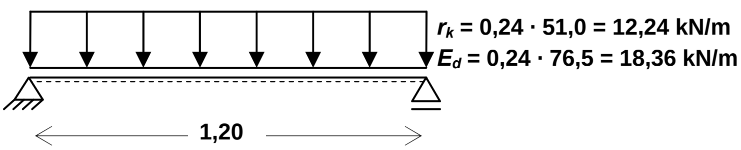
Holzfeuche 20 % $E_{mean} = 0{,}098 \cdot 10^7$ kN/m².

---

b) Nachweis der senkrechten Träger

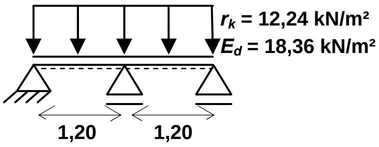
Statisches System: Einfeldträger

Der Gurtungsabstand beträgt ℓ = 1,20 m.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Prinzipiell wird der Bemessung das statische System des Einfeldträgers zugrunde gelegt, solange es auf der sicheren Seite liegt. Für die Schubbemessung ist jedoch der Zweifeldträger das ungünstigere statische System und wird hier zugrunde gelegt.

Schubbemessung

Maximale Querkraft $V_{r,d}$ nach *Gleichung (2.18)*

$$V_{r,d} = 1{,}25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1{,}25 \cdot \frac{18{,}36\ \text{kN/m} \cdot 1{,}20\ \text{m}}{2} = 13{,}77\ \text{kN}$$

Der Bemessungswert nach *Tabelle 2.18* für Holzschalungsträger H 20 beträgt V_d = 16,5 kNm

$$\frac{V_{r,d}}{V_d} = \frac{13{,}77\ \text{kN}}{16{,}5\ \text{kN}} = 0{,}83 < 1{,}0$$

Tabelle 1 Bemessungswerte für Holzschalungsträger H 20(*Tabellen 2.15 und 2.17*)

Bemessungswerte	Zulässige Lasten
V_d = 16,5 kN	zul Q = 11 kN
$M_{n,d}$ = 7,5 kNm	zul M = 5 kNm
$E \cdot I$ = 450 kNm²	

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{18{,}36\ \text{kN/m} \cdot 1{,}20^2\ \text{m}^2}{8} = 3{,}30\ \text{kNm}$$

Die Gurtungen stellen die Auflager der Gitterträger dar. Nach *Tabelle 2.17* beträgt damit der Bemessungswert des Moments für Holzschalungsträger H 20 M_d = 7,5 kNm.

$$\frac{M_{r,d}}{M_d} = \frac{3{,}30\ \text{kNm}}{7{,}5\ \text{kNm}} = 0{,}47 < 1{,}0$$

Berechnung der Durchbiegung

Nach *Gleichung (2.17)* wird die Durchbiegung *w* mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet.

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

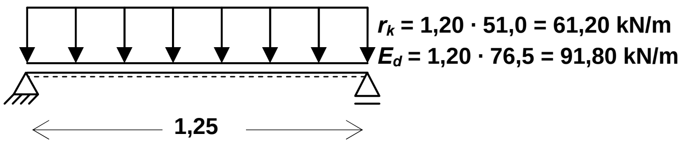
Nach *Tabelle 2.17* gilt für Holzschalungsträger H 20 $E \cdot I$ = 450 kNm².

$$w = \frac{5 \cdot 12{,}24\ \text{kN/m} \cdot 1{,}20^4\ \text{m}^4}{384 \cdot 450\ \text{kNm}^2} = 0{,}0007\ \text{m} = 0{,}7\ \text{mm}$$

c) Nachweis der Gurtungen

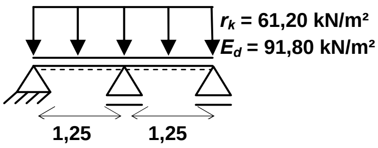
Statisches System: Einfeldträger

Der größte Ankerabstand beträgt bei einer Elementbreite von 2,50 m ℓ =1,25 m. Bei einhäuptigen und ankerlosen Wandschalungen werden die Abstützböcke immer entsprechend den Ankerabständen angeordnet.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Für die Schubbemessung ist hier der Zweifeldträger das ungünstigere statische System.

Schubbemessung

Die maximale Querkraft $V_{r,d}$ wird nach *Gleichung (2.18)* berechnet zu:

$$V_{r,d} = 1{,}25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1{,}25 \cdot \frac{91{,}80\ \text{kN/m} \cdot 1{,}25\ \text{m}}{2} = 71{,}72\ \text{kN}$$

Die maximale Schubspannung τ_d für Stahlprofile ergibt sich nach *Gleichung (5.4)* berechnet zu:

$$\tau_d = \frac{V_{r,d} \cdot S_y}{I_y \cdot t} = \frac{71{,}72\ \text{kN} \cdot 2 \cdot 24{,}5\ \text{cm}^3}{2 \cdot 206\ \text{cm}^4 \cdot 2 \cdot 0{,}85\ \text{cm}}$$

$$\tau_d = 5{,}0175\ \text{kN/cm}^2 = 50.175\ \text{kN/m}^2 = 50{,}175\ \text{N/mm}^2$$

Schubspannung τ_d für Stahlprofile (*Gleichung 5.4*)

$$\tau_d = \frac{V_{r,d} \cdot S_y}{I_y \cdot t}$$

Für Stahl S 235 entsprechend St 37 gilt die Streckgrenze $f_{y,k}$ = 240 N/mm². Die Grenznormalspannung ist:

$$\sigma_{R,d} = f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_M} = \frac{240\ \text{N/mm}^2}{1{,}1} = 218{,}2\ \text{N/mm}^2$$

mit γ_M = 1,1. Die Grenzschubspannung ist:

$$\tau_{R,d} = \frac{f_{y,d}}{\sqrt{3}} = \frac{218{,}2\ \text{N/mm}^2}{\sqrt{3}} = 126{,}0\ \text{N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_d}{\tau_{R,d}} = \frac{50.175\ \text{kN/m}^2}{126.000\ \text{kN/m}^2} = 0{,}40 < 1{,}0$$

Stahlprofile S 235 (St 37) für Gurtungen in Wandschalungen:

2 U100:

I_y = 2 · 206 cm^4, W_y = 2 · 41,2 cm³, S_y = 2 · 24,5 cm³, t = 2 · 8,5 mm, $E \cdot I_y$ = 865,2 kNm²

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{91{,}8\ \text{kN/m} \cdot 1{,}25^2\ \text{m}^2}{8} = 17{,}93\ \text{kNm}$$

Die vorhandene Biegespannung $\sigma_{y,d}$ für Stahlprofile wird berechnet nach *Gleichung (5.5)* zu:

$$\sigma_{y,d} = \frac{M_{r,d}}{W_y} = \frac{17{,}93\ \text{kNm}}{2 \cdot 41{,}2\ \text{cm}^3} = 2.176{,}0\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_{y,d}}{\sigma_{R,d}} = \frac{2.176{,}0\ \text{kN/m}^2}{218.200\ \text{kN/m}^2} = 0{,}01 < 1{,}0$$

Biegespannung σ_d für Stahlprofile (*Gleichung 5.5*)

$$\sigma_{y,d} = \frac{M_{r,d}}{W_y}$$

Vergleichsspannung σ_V für Stahlprofile (*Gleichung 5.6*)

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_{y,d}^{\ 2} + \tau_d^{\ 2}}$$

Die Vergleichsspannung σ_V ergibt sich nach *Gleichung (5.6)* aus

$$\sigma_V = \sqrt{2.176{,}0^2 + 50.175^2} = 50.222{,}2\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_V}{\sigma_{R,d}} = \frac{50.222{,}2\ \text{kN/m}^2}{218.200\ \text{kN/m}^2} = 0{,}23 < 1{,}0$$

Berechnung der Durchbiegung

Nach *Gleichung (2.17)* wird die Durchbiegung w mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet:

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$w = \frac{5 \cdot 61{,}20\ \text{kN/m} \cdot 1{,}25^4\ \text{m}^4}{384 \cdot 865{,}2\ \text{kNm}^2} = 0{,}0022\ \text{m} = 2{,}2\ \text{mm}$$

---

d) Nachweis der Ebenheitstoleranzen

Zunächst muss die Summe der größten Durchbiegungen an der jeweils ungünstigsten Stelle berechnet werden. Als größte Durchbiegungen wurden berechnet:

- Für die Schalhaut w = 0,4 mm
- Für die senkrechten Träger w = 0,7 mm
- Für die Gurtungen w = 2,2 mm

Berechnung des Messpunktabstands *m*

Der Messpunktabstand *m* beträgt nach *Gleichung (2.27)*:

$$m_1 = \sqrt{\ell_1^{\,2} + \ell_2^{\,2}} = \sqrt{1{,}20^2\ \text{m}^2 + 1{,}25^2\ \text{m}^2} = 1{,}73\ \text{m} > 1{,}50\ \text{m}$$

mit den Spannweiten

- der senkrechten Träger ℓ_1 = 1,20 m (Gurtungsabstand) und
- der Gurtungen ℓ_2 = 1,25 m (Ankerabstand bzw. Abstand der Abstützböcke).

Nachweis der Ebenheitstoleranzen

Die Summe der Durchbiegungen Σ *w* für den Messpunktabstand *m* = 1,73 m ergibt sich zu:

$$\sum w = \sum \left(w_{Schalhaut} + w_{Träger} + w_{Gurtung} \right)$$

$$\sum w = 0{,}4\ \text{mm} + 0{,}7\ \text{mm} + 2{,}2\ \text{mm} = 3{,}3\ \text{mm}$$

Nach Zeile 7 der *Tabelle 2.6* gilt für den ungünstigeren Messpunktabstand von *m* = 1,50 m ein maximales Stichmaß von zul *s* ≤ 4 mm. Der genaue Wert für zul *s* für den Messpunktabstand m_1 = 1,73 m kann nach *Tabelle 2.6* interpoliert werden. Damit ist nach *Gleichung (2.28)* mit

$$\sum w = 3{,}3\ \text{mm} < 4\ \text{mm} = \text{zul}\ s$$

der Nachweis der Ebenheitstoleranzen gemäß Zeile 7 erbracht. Die Anforderungen der Zeilen 5 und 6 sind ebenso eingehalten.

---

e) Nachweis der Ankerkraft

Bei einer einhäuptigen und ankerlosen Wandschalung ist der Nachweis der Ankerkraft entbehrlich. Hier wird der Nachweis der Ankerkraft für eine doppelhäuptige Schalung geführt. Die Ankerkraft entspricht der zweifachen maximalen Querkraft V_d der Gurtung als Einfeldträger:

$$F_N = V_{r,d,Gurtung} \cdot \frac{2}{1{,}25} = 71{,}72 \cdot \frac{2}{1{,}25} = 114{,}75\ \text{kN} < 135{,}0\ \text{kN} = F_{N,d,Anker}$$

für einen Spannstab DYWIDAG Ø 15,0 mm nach *Tabelle 2.23*.

---

f) Nachweis der Holzpressung

Knoten: Senkrechte Träger auf horizontaler Gurtung

Die senkrechten Träger haben auf der horizontalen Gurtung eine Auflagerfläche von (*Bild 2*):

$$A_d = 2 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}08 = 0{,}008\ \text{m}^2$$

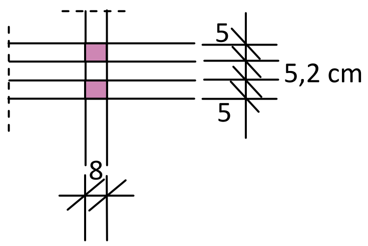


Bild 2 Auflagerfläche Träger – Gurtung

Die zu übertragende Kraft $F_{c,90,d}$ an dieser Stelle entspricht der Summe der Querkräfte von beiden Seiten im senkrechten Träger:

$$F_{c,90,d} = 2 \cdot 13{,}77 \text{ kN} = 27{,}54 \text{ kN}$$

Vorhandene Querdruckspannung $\sigma_{c,90,d}$:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_d} = \frac{27{,}54 \text{ kN}}{0{,}008 \text{ m}^2} = 3.442{,}5 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} = \frac{3.442{,}5 \text{ kN/m}^2}{3.600{,}0 \text{ kN/m}^2} = 0{,}96 < 1{,}0$$

mit dem Bemessungswert der Querdruckfestigkeit (Pressung quer zur Faser) für die Festigkeitsklasse C 24 von $f_{c,90,d}$ = 3,6 N/mm² nach *Abschnitt 2.7*.