Musterlösung zu Aufgabe 5.5

Ankerlose und einhäuptige Wandschalung

a) Frischbetondruck

Abmessungen der Wand und geplanter Betoniervorgang

Wandhöhe: $H = 2{,}50$ m

Wanddicke: $d = 0{,}25$ m

Wandlänge: $L = 20{,}00$ m (Länge des maßgeblichen Betonierabschnitts)

Betonmenge: $V_b = 2{,}50\text{ m} \cdot 0{,}25\text{ m} \cdot 20{,}00\text{ m} = 12{,}5\text{ m}^3$

Betonierleistung: $Q_b = 15$ m³/h

Betonierdauer: $T_b = \dfrac{V_b}{Q_b} = \dfrac{12{,}5\text{ m}^3}{15\text{ m}^3/\text{h}} = 0{,}83\text{ h}$

Dies entspricht bei einem Betonkübelinhalt von $V_{Kübel} = 1000$ l einer Kranspielzeit von $t_s = 4$ min/Kranspiel.

Kranspielzeit: $t_s = \dfrac{60\text{ min/h}}{Q_b} = \dfrac{60\text{ min/h}}{15\text{ m}^3/\text{h}} = 4\text{ min/Kranspiel}$

Betonkonsistenz: F2

Steiggeschwindigkeit: $v = \dfrac{H}{T_b} = \dfrac{2{,}5\text{ m}}{0{,}83\text{ h}} = 3{,}0\text{ m/h}$

Schnitt A-A (Übersicht)

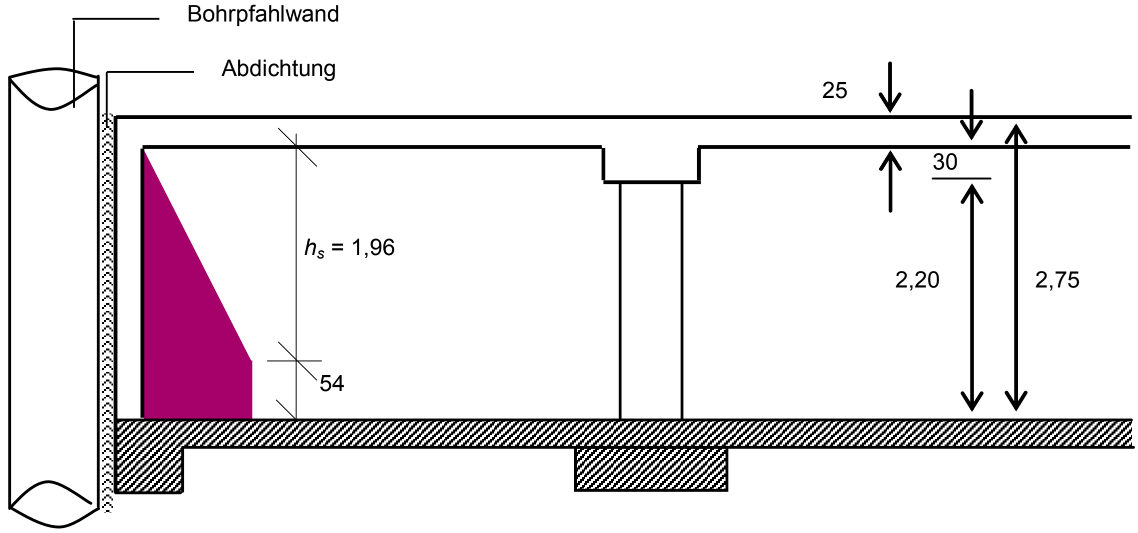


Bild 1 Schnitt A-A: Frischbetondruck

Einwirkungen: Rechnerischer Frischbetondruck

Der Frischbetondruck kann entweder aus den Diagrammen der DIN 18218 abgelesen oder nach den entsprechenden Formeln berechnet werden. Das Erstarrungsende wird hier nach 5 h angenommen: $K1 = 1{,}0$

$$\sigma_{hk,max} = (10 \cdot v + 19) \cdot K1 = (10 \cdot 3{,}0 + 19) \cdot 1{,}0 = 49{,}0\ \text{kN/m}^2$$

Die hydrostatische Druckverteilung wirkt bis zu einer hydrostatischen Druckhöhe h_s von:

$$h_s = \frac{\sigma_{hk,max}}{\gamma_c} = \frac{49\ \text{kN/m}^2}{25\ \text{kN/m}^3} = 1{,}96\ \text{m}$$

---

b) Konstruktion und Bemessung der Wandschalung

Schnitt B-B

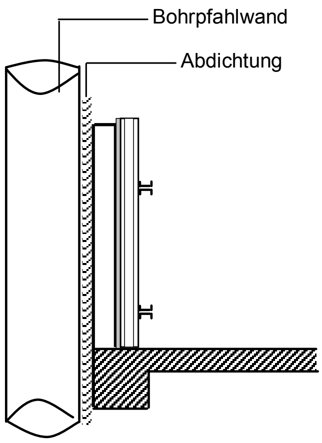


Bild 2 Schnitt B-B

Grundriss

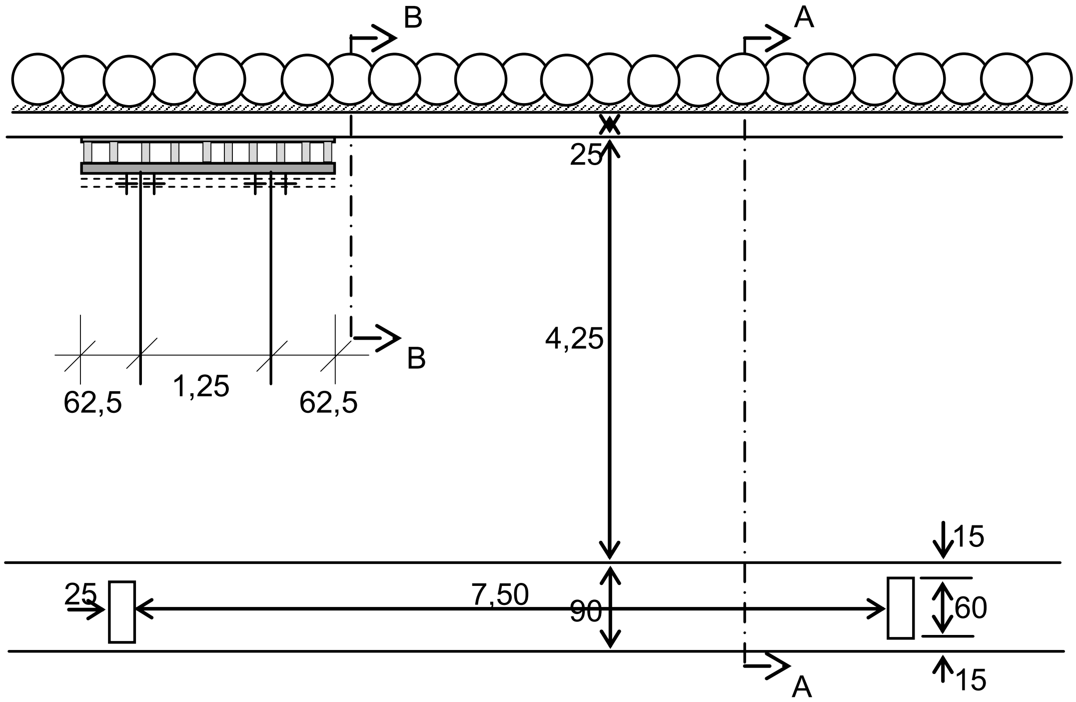


Bild 3 Grundriss

Materialauswahl

Zur Verfügung stehendes Material:

- Schalhaut: Dreischichtenplatte d = 21 mm
- Träger: Holzschalungsträger H 20, V_d = 16,5 kN, M_d = 7,5 kNm und $E \cdot I$ = 450 kNm^2
- Gurtungen: 2 U 100 aus Stahl S 235 (St 37), E = 210.000 N/mm², I_y = 2 · 206 cm^4, W_y = 2 · 41,2 cm³, S_y = 2 · 24,5 cm³, t = 2 · 8,5 mm, $E \cdot I_y$ = 865,2 kNm²; L = 2,50 m

Belastung

Die Bemessung der Wandschalung ist mit dem maximalen Frischbetondruck $\sigma_{hk,max}$ durchzuführen:

$$\sigma_{hk,\max} = 49{,}0 \text{ kN/m}^2$$

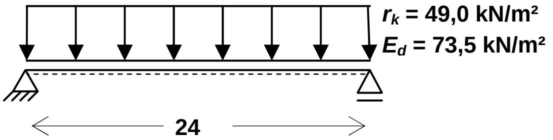
$$E_d = \sigma_{hk,\max} \cdot \gamma_F = r_k \cdot \gamma_F = 49{,}0 \text{ kN/m}^2 \cdot 1{,}5 = 73{,}5 \text{ kN/m}^2$$

mit dem Teilsicherheitsbeiwert γ_F = 1,5 für veränderliche Lasten nach DIN 1052 „Holzbauwerke".

Nachweis der Schalhaut

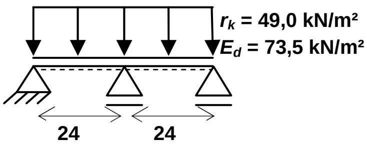
Statisches System: Einfeldträger

Der maximale Trägerabstand wird mit ℓ = 24 cm angenommen.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Prinzipiell wird der Bemessung das statische System des Einfeldträgers zugrunde gelegt, solange es auf der sicheren Seite liegt. Für die Schubbemessung ist jedoch der Zweifeldträger das ungünstigere statische System und wird hier immer dann zugrunde gelegt, wenn dieser Fall nicht ausgeschlossen werden kann.

Schubbemessung

Maximale Querkraft $V_{r,d}$ nach *Gleichung (2.18)*

$$V_{r,d} = 1{,}25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1{,}25 \cdot \frac{73{,}5 \text{ kN/m}^2 \cdot 0{,}24 \text{ m}}{2} = 11{,}03 \text{ kN/m}$$

Maximale Schubspannung τ_d mit *Gleichung (2.16)*

$$\tau_d = \frac{1{,}5 \cdot V_{r,d}}{A} = \frac{1{,}5 \cdot 11{,}03 \text{ kN/m}}{0{,}021 \text{ m} \cdot 1 \text{ m/m}} = 787{,}5 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{787{,}5 \text{ kN/m}^2}{592{,}3 \text{ kN/m}^2} = 1{,}33 > 1{,}0 \text{ nach } \textit{Gleichung (2.15)}$$ (Nachweis nicht erfüllt)

Da die Schubspannungen zu groß sind, muss ein genauerer Nachweis geführt werden. Die Querkraft nimmt ab der Auflagerkante nicht mehr zu, sondern wird zur Auflagermitte hin kleiner (*Bild 1*). Deshalb kann hier mit der lichten Weite zwischen den senkrechten Trägern als Spannweite gerechnet werden. Da die Spannweite ℓ in *Gleichung (2.18)* linear eingeht, kann die Schubspannung im Verhältnis des lichten Abstands ℓ' zum Achsmaß der Holzschalungsträger proportional abgemindert werden. Der lichte Abstand ℓ' der senkrechten Kantholzträger berechnet sich dafür zu:

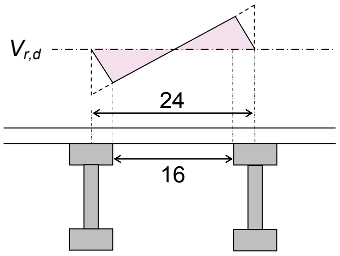


Bild 4 Querkraftverlauf

$$\ell' = 24\ \text{cm} - 8\ \text{cm} = 16\ \text{cm}$$

$$\tau_d' = 787{,}5\ \text{kN/m}^2 \cdot \frac{16\ \text{cm}}{24\ \text{cm}} = 525{,}0\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{\tau_d'}{f_{v,d}} = \frac{525{,}5\ \text{kN/m}^2}{592{,}3\ \text{kN/m}^2} = 0{,}92 < 1{,}0 \qquad \text{(Nachweis erfüllt)}$$

Bemessungswert der Schubspannung für Dreischichtenplatten (Fichte)

$$f_{v,d} = f_{v,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M}$$

$$f_{v,d} = 1.100\ \text{kN/m}^2 \cdot \frac{0{,}7}{1{,}3}$$

$$f_{v,d} = 592{,}3\ \text{kN/m}^2$$

mit $f_{v,k}$ = 1.100 kN/m² nach DIN 1052 für Sperrholz der Biegefestigkeitsklasse F25/10 parallel zur Faserrichtung der Deckfurniere. Herstellerangaben über die Schubfestigkeit von Dreischichtenplatten liegen nicht vor.

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{73{,}5\ \text{kN/m}^2 \cdot 0{,}24^2\ \text{m}^2}{8} = 0{,}53\ \text{kNm/m}$$

Vorhandene Spannung $\sigma_{m,d}$ nach *Gleichung (2.13)*

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_{r,d}}{W_n} = \frac{0{,}53\ \text{kNm/m} \cdot 6}{0{,}021^2\ \text{m}^2 \cdot 1\ \text{m/m}} = 7.210{,}9\ \text{kN/m}^2$$

Für eine Dreischichtenplatte 3-S-Platte (Fichte) mit der Nenndicke von 21 mm nach *Tabelle 2.7* gilt zul $\sigma_{15\%}$ = 5,9 N/mm² = 5.900 kN/m². Der Bemessungswert ergibt sich dann aus den *Gleichungen (2.30) und (2.32)* zu:

$$f_{m,d} = 0{,}875 \cdot \text{zul}\ \sigma_{15\%} \cdot \gamma_F$$

$$f_{m,d} = 0{,}875 \cdot 5.900\ \text{kN/m}^2 \cdot 1{,}5 = 7.743{,}8\ \text{kN/m}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_m \cdot f_{m,d}} = \frac{7.210{,}9\ \text{kN/m}^2}{1{,}0 \cdot 7.743{,}8\ \text{kN/m}^2} = 0{,}93 < 1{,}0$$ nach *Gleichung (2.12)*:

mit k_m = 1,0.

Kippbeiwert k_m

Für den Kippbeiwert gilt $k_m = 1{,}0$, wenn die Ersatzstablänge $\ell_{ef} < 140 \cdot b^2/h$ ist. Auf eine Ermittlung der Ersatzstablänge ℓ_{ef} nach DIN 1052 wird verzichtet. Sie wird näherungsweise zu $\ell_{ef} \approx \ell$ angenommen. Entsprechend ihrer Größenordnung erfüllt sie bei Schalungskonstruktionen in der Regel die obige Bedingung. Für eine Schaltafel der Breite $b = 100$ cm mit der Spannweite $\ell = 24$ cm gilt: $\ell_{ef} < 140 \cdot 1{,}0^2/0{,}021 = 6.666{,}67$ m; $\ell_{ef} \approx \ell = 0{,}24$ m $< 6.666{,}67$ m.

Berechnung der Durchbiegung

Nach *Gleichung (2.17)* wird die Durchbiegung w mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet:

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Für eine Dreischichtenplatte 3-S-Platte (Fichte) mit der Nenndicke von 21 mm nach *Tabelle 2.7* gilt $E_{mean} = 8.000$ N/mm² $= 0{,}8 \cdot 10^7$ kN/m². Für eine Holzfeuchtigkeit von 20 % ergibt sich der Bemessungswert dann aus *Gleichung (2.33)* zu:

$$E_{20\%} = 0{,}9167 \cdot E_{mean}$$

$$E_{20\%} = 0{,}9167 \cdot 0{,}8 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 = 0{,}733 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$w = \frac{5 \cdot 49{,}0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0{,}24^4 \text{ m}^4 \cdot 12}{384 \cdot 0{,}733 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 \cdot 0{,}021^3 \text{ m}^3 \cdot 1 \text{ m/m}}$$

$$w = 0{,}0004 \text{ m} = 0{,}4 \text{ mm}$$

Die Ebenheitstoleranzen nach DIN 18202 werden für die Gesamtkonstruktion nachgewiesen.

Dreischichtenplatte (Fichte)

E-Modul längs (parallel zur Faser) Holzfeuchte 15 %: $E_{mean} = 0{,}800 \cdot 10^7$ kN/m².

Holzfeuche 20 % $E_{mean} = 0{,}733 \cdot 10^7$ kN/m².

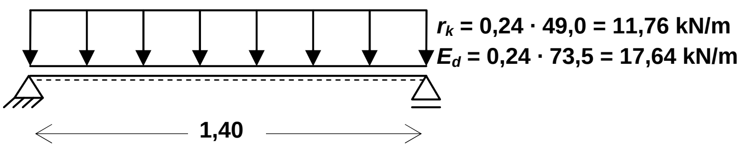
E-Modul quer (senkrecht zur Faser) Holzfeuchte 15 %: $E_{mean} = 0{,}107 \cdot 10^7$ kN/m².

Holzfeuche 20 % $E_{mean} = 0{,}098 \cdot 10^7$ kN/m².

Nachweis der senkrechten Träger

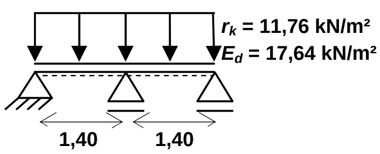
Statisches System: Einfeldträger

Der Gurtungsabstand beträgt $\ell = 1{,}40$ m.



Statisches System: Zweifeldträger

für die Schubbemessung:



Prinzipiell wird der Bemessung das statische System des Einfeldträgers zugrunde gelegt, solange es auf der sicheren Seite liegt. Für die Schubbemessung ist jedoch der Zweifeldträger das ungünstigere statische System und wird hier zugrunde gelegt.

Schubbemessung

Maximale Querkraft $V_{r,d}$ nach *Gleichung (2.18)*

$$V_{r,d} = 1{,}25 \cdot \frac{E_d \cdot \ell}{2} = 1{,}25 \cdot \frac{17{,}64\ \text{kN/m} \cdot 1{,}40\ \text{m}}{2} = 15{,}44\ \text{kN}$$

Der Bemessungswert nach *Tabelle 2.18* für Holzschalungsträger H 20 beträgt V_d = 16,5 kNm

$$\frac{V_{r,d}}{V_d} = \frac{15{,}44\ \text{kN}}{16{,}5\ \text{kN}} = 0{,}94 < 1{,}0$$

Tabelle 1 Bemessungswerte für Holzschalungsträger H 20(*Tabellen 2.15 und 2.17*)

Bemessungswerte	Zulässige Lasten
V_d = 16,5 kN	zul Q = 11 kN
$M_{n,d}$ = 7,5 kNm	zul M = 5 kNm
$E \cdot I$ = 450 kNm²	

Biegebemessung

Maximales Moment $M_{r,d}$

$$M_{r,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{17{,}64\ \text{kN/m} \cdot 1{,}40^2\ \text{m}^2}{8} = 4{,}32\ \text{kNm}$$

Die Gurtungen stellen die Auflager der Gitterträger dar. Nach *Tabelle 2.17* beträgt damit der Bemessungswert des Moments für Holzschalungsträger H 20 M_d = 7,5 kNm.

$$\frac{M_{r,d}}{M_d} = \frac{4{,}32\ \text{kNm}}{7{,}5\ \text{kNm}} = 0{,}58 < 1{,}0$$

Berechnung der Durchbiegung

Nach *Gleichung (2.17)* wird die Durchbiegung w mit der charakteristischen Einwirkung ohne Teilsicherheitsbeiwert berechnet.

$$w = \frac{5 \cdot r_k \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

Nach *Tabelle 2.17* gilt für Holzschalungsträger H 20 $E \cdot I$ = 450 kNm².

$$w = \frac{5 \cdot 11{,}76\ \text{kN/m} \cdot 1{,}40^4\ \text{m}^4}{384 \cdot 450\ \text{kNm}^2} = 0{,}0013\ \text{m} = 1{,}3\ \text{mm}$$

---

c) Konstruktion und Bemessung des Abstützbocks und der Verankerung

Resultierende Frischbetondruckkraft *R*

Der Frischbetondruck kann rechnerisch in der Resultierenden *R* zusammengefasst werden (*Bild 5.31*).

$$R = 0{,}54\ \text{m} \cdot 49\ \text{kN/m}^2 + 1{,}96\ \text{m} \cdot \frac{49\ \text{kN/m}^2}{2}$$

$$R = 26{,}46\ \text{kN/m} + 48{,}02\ \text{kN/m} = 74{,}48\ \text{kN/m}$$

Hebelarm *e* der Resultierenden *R*

Aus dem Momentengleichgewicht wird der Hebelarm *e* der Resultierenden *R* bezogen auf den in *Bild 6* angegebenen Momentennullpunkt berechnet.

$$R \cdot e = 26{,}46 \cdot \left(\frac{0{,}54}{2} - 0{,}17 \right) + 48{,}02 \cdot \left(\frac{1{,}96}{3} + 0{,}54 - 0{,}17 \right)$$

$$R \cdot e = 26{,}46 \text{ kN/m} \cdot 0{,}10 \text{ m} + 48{,}02 \text{ kN/m} \cdot 1{,}02 \text{ m}$$

$$R \cdot e = 2{,}65 \text{ kNm/m} + 48{,}98 \text{ kNm/m} = 51{,}63 \text{ kNm/m}$$

$$e = \frac{R \cdot e}{R} = \frac{51{,}63 \text{ kNm/m}}{74{,}48 \text{ kN/m}} = 0{,}69 \text{ m}$$

Berechnung der Auflagerreaktionskräfte *Z*, D_1, D_2

Zur Berechnung der Auflagerreaktionen werden 3 Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt:

Gleichgewichtsbedingung für Σ *M* = 0:

$$D_1 \cdot b = D_1 \cdot 1{,}54 \text{ m} = R \cdot e$$

$$D_1 = \frac{R \cdot e}{b} = \frac{51{,}63 \text{ kNm/m}}{1{,}54 \text{ m}} = 33{,}53 \text{ kN/m}$$

Gleichgewichtsbedingung für Σ *H* = 0 bei einer Ankerneigung von 45°:

$$Z_H = R = 74{,}48 \text{ kN/m}$$

$$Z = \sqrt{2} \cdot Z_H = \sqrt{2} \cdot 74{,}48 \text{ kN/m} = 105{,}33 \text{ kN/m}$$

Gleichgewichtsbedingung für Σ *V* = 0:

$$D_1 + D_2 = Z_V = Z_H$$

$$D_2 = 74{,}48 \text{ kN/m} - 33{,}53 \text{ kN/m} = 40{,}95 \text{ kN/m}$$

Sicherheit des Systems bei einer Ankerneigung von 45°

Mit der Gleichgewichtsbedingung für Σ *V* = 0 gilt für die Auflagerdruckkraft D_2:

$$D_2 = Z_V - D_1$$

Die vertikale Komponente der Auflagerzugkraft Z_V erhält man aus der Gleichgewichtsbedingung für Σ *H* = 0 für die Resultierende *R* aus dem Frischbetondruck:

$$Z_V = Z_H = R$$

Für D_1 gilt wie oben nach der Gleichgewichtsbedingung für Σ *M* = 0:

$$D_1 = \frac{R \cdot e}{b}$$

mit der Basis *b* = 1,54 m aus der Geometrie des Abstützbocks (*Bild 6*).

Damit kann die Auflagerdruckkraft D_2 berechnet werden zu:

$$D_2 = R - \frac{R \cdot e}{b} = R \cdot \left(1 - \frac{e}{b} \right)$$

Somit wird die Auflagerkraft D_2 genau dann negativ, wenn

$\frac{e}{b} > 1$ bzw. $e > b$ ist.

Die vorhandene Sicherheit γ des Systems ist damit

$$\gamma = \frac{b}{e} = \frac{1{,}54}{0{,}69} = 2{,}23$$

Je größer die Basis b des Abstützbocks oder je kleiner der Hebelarm e der resultierenden Frischbetondruckkraft R ist, desto größer wird die Sicherheit γ des Systems.

Sicherheit des Systems bei einer Ankerneigung ≠ 45°

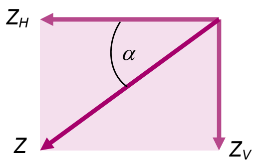


Bild 5 Ankerneigung

Mit der Gleichgewichtsbedingung für Σ V = 0 gilt für die Auflagerdruckkraft D_2:

$$D_2 = Z_V - D_1$$

Die vertikale Komponente der Auflagerzugkraft Z_V erhält man aus den Winkelbeziehungen des rechtwinkligen Dreiecks und der Gleichgewichtsbedingung für Σ H = 0 für die Resultierende R aus dem Frischbetondruck:

$$Z_H = R$$

$$Z_V = Z_H \cdot \tan\alpha = R \cdot \tan\alpha$$

Für D_1 gilt wie oben nach der Gleichgewichtsbedingung für Σ M = 0:

$$D_1 = \frac{R \cdot e}{b}$$

mit der Basis b = 1,54 m aus der Geometrie des Abstützbocks (*Bild 6*). Damit kann die Auflagerdruckkraft D_2 berechnet werden zu:

$$D_2 = R \cdot \tan\alpha - \frac{R \cdot e}{b} = R \cdot \left(\tan\alpha - \frac{e}{b}\right)$$

Somit wird die Auflagerdruckkraft D_2 genau dann negativ, wenn

$$\frac{e}{b} > \tan\alpha$$

ist. Je größer die Basis b des Abstützbocks oder je kleiner der Hebelarm e der resultierenden Frischbetondruckkraft R ist, desto größer wird die Sicherheit γ des Systems.

Für α = 45° ergibt sich eine vorhandene Sicherheit γ des Systems von:

$$\gamma = \frac{b}{e} \cdot \tan\,\alpha = \frac{1{,}54}{0{,}69} \cdot \tan 45° = 2{,}23$$

Interessant ist jedoch die Frage, bei welchem Neigungswinkel α des Ankerstabs die Sicherheit γ = 1,0 ist und die Auflagerdruckkraft D_2 = 0 ist bzw. dann negativ wird:

Für $\frac{e}{b} = \frac{0{,}69}{1{,}54} = 0{,}4481 > \tan\alpha$ und damit für

$\alpha < \tan^{-1} \cdot 0{,}4481 = 24{,}13°$ ergibt sich die Sicherheit γ < 1,0

Dies bedeutet, dass bei einem Neigungswinkel des Ankers von α < 24,13° die Ankerkraft D_2 negativ ist, also zu einer abhebenden Zugkraft wird, wodurch es zwangsläufig zum Versagen des gesamten Systems kommen muss, da der Anker auf Biegung beansprucht wird! Je kleiner der Winkel α, desto geringer die Sicherheit γ des Systems.

Nachweis der Anker-Zugkraft

Die vorhandene Zugkraft beträgt Z =105,33 kN/m.

Die zulässige Tragkraft eines Ankers DYWIDAG ∅ = 15,0 mm wird nach *Tabelle 2.23* mit zul F_N = 90,0 kN angegeben.

Damit kann die erforderliche Anzahl der Anker n_{erf} berechnet werden zu:

$$n_{erf} = \frac{105{,}33 \text{ kN/m}}{90{,}0 \text{ kN/Anker}} = 1{,}17 \text{ Anker/m}$$

und es ergibt sich daraus ein maximaler mittlerer Ankerabstand a_{max} von:

$$a_{max} = \frac{90{,}0 \text{ kN/Anker}}{105{,}33 \text{ kN/m}} = 0{,}85 \text{ m}$$

Die zulässige Tragkraft eines Ankers DYWIDAG ∅ = 20,0 mm wird nach *Tabelle 2.23* mit zul F_N = 160,0 kN angegeben.

Damit kann die erforderliche Anzahl der Anker n_{erf} berechnet werden zu:

$$n_{erf} = \frac{105{,}33 \text{ kN/m}}{160{,}0 \text{ kN/Anker}} = 0{,}66 \text{ Anker/m}$$

und es ergibt sich daraus ein maximaler mittlerer Ankerabstand a_{max} von:

$$a_{max} = \frac{160{,}0 \text{ kN/Anker}}{105{,}33 \text{ kN/m}} = 1{,}52 \text{ m}$$

Damit können für ein Wandschalungselement mit einer Breite von B = 2,50 m jeweils 2 Abstützböcke mit einem Abstand a = 1,25 m mit je 2 Ankern DYWIDAG ∅ = 15,0 mm gewählt werden. Für die oben berechnete Zugkraft Z = 105,33 kN/m ergibt sich ein mittlerer Ankerabstand a von

$$a = \frac{1{,}25 \text{ m}}{2} = 0{,}625 \text{ m} < 0{,}85 \text{ m}\,,$$

bei einer Anker-Zugkraft Z_{Anker} von:

$$Z_{Anker} = 105{,}33 \cdot 0{,}625 = 65{,}83 \text{ kN} < 90{,}0 \text{ kN} = \text{zul } F_N$$

Schnitt B-B

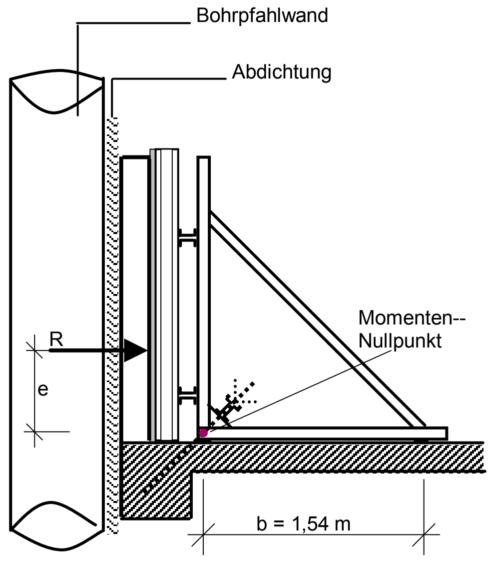


Bild 6 Schnitt B-B: Einhäuptige Wandschalung mit Abstützbock und Verankerung